

프로그래머, 수학으로 생각하라

유키히로시 지음 | 안동현 옮김 | 프리렉

기수법

- 2진법 → 8진법 → 16진법
- 위치값 기수법 Positional Notation

$$a_{\{3\}} \times N^3 + a_{\{2\}} \times N^2 + a_{\{1\}} \times N^1 + a_{\{0\}} \times N^0$$

- 지수법칙

$$10^0 ?$$

$$10^{-1} ?$$

$$N^a \times N^b = N^{a+b}$$

- 0의 역할; 자리확보, 패턴을 만들어 규칙을 간단하게 하기

$$a_{\{n\}} \times m^n + a_{\{n-1\}} \times m^{n-1} + a_{\{n-2\}} \times m^{n-2} + \dots + a_{\{2\}} \times m^2 + a_{\{1\}} \times m^1 + a_{\{0\}} \times m^0$$

논리

애매함을 없애는 도구; 망라(網羅)적이고 배타적인 분할

명제; 참, 거짓

누락은 없는가, 중복은 없는가

부정; A가 아님

$\sim A$ (Not A), $\sim\sim A == A$

Venn Diagram, 진리표

논리곱; A 이고 B

$$A \wedge B \text{ (A and B)}$$

논리합; A 또는 B

$$A \vee B \text{ (A or B)}$$

배타적 논리합; A 또는 B (그러나 둘 다는 아님)

$$A \oplus B$$

등치; A와 B는 같다

$$A = B$$

배타적 논리합의 부정 ; $\sim(A \oplus B) = (A = B)$

조건 명제; A라면 B $A \Rightarrow B$

- 드 모르간의 법칙 de Morgan's Law;

$$\sim(A \vee B) = \sim A \wedge \sim B$$

$$\sim(A \wedge B) = \sim A \vee \sim B$$

쌍대성

$$\text{true} \leftrightarrow \text{false}$$

$$A \leftrightarrow \sim \sim A$$

$$A \wedge B \leftrightarrow \sim(A \vee \sim B)$$

- 카르노 맵 Karnaugh Map); 모든 명제의 참, 거짓 조합을 2차원으로 나타낸 그림
- 정의되지 않음을 포함한 논리; true, false, undefined
- 조건 논리곱(&&) Conditional And, Short-circuit Logical And; A라는 조건에 따라 B를 조사할 것인지 안 할 것인지를 판단하는 것
- 조건 논리합(||)
- 3값 논리의 부정(!)
- 3값 논리에서 드 모르간 법칙

$$\sim(A \vee \sim B) = \sim A \wedge B$$

$$\sim(A \wedge \sim B) = \sim A \vee B$$

주기성과 그룹 나누기

나머지는 그룹 나누기. 패리티Parity; 통신에서 에러를 확인할 때 사용하는 중요한 개념

나머지의 주기성

- 한붓그리기; 오일러 (Leonard Euler, 1707~1783)는 쾨니히스베르크의 다리 건너기 문제 → 그래프 이론

'한붓 그리기 성공' ⇒ '모든 정점은 짝수점 또는 홀수점이 2개'

수학적 귀납법

Mathematical Induction, 정수에 관한 주장을 0 이상의 모든 정수(0,1,2,3,...)에 대해 증명할 때 이용하는 방법, 2단계로 증명을 수행

단계1(기저Base), 'P(0)이 성립함'을 증명한다.

단계2(귀납Induction), 0 이상의 어떤 정수 k를 선택해도 'P(k)가 성립한다면 P(k+1)도 성립함'을 증명한다.

- 가우스

$$0 + 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{(n + 1) \times n}{2}$$

순열과 조합

- 덧셈법칙

$$|A \cup B| = |A| + |B|$$

포함과 배제의 원리; The Principle of Inclusion and Exclusion

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

- 곱셈법칙

$$|A \times B| = |A| \times |B|$$

- 치환Substitution; n개의 무엇가를 순서를 생각하며 나열하는 것, 계승Factorial
- 순열Permutation; n개의 무언가 중 일부만을 선택하여 나열

$${}_n P_k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

수형도Tree Diagram

- 조합Combination; 순서를 생각하지 않는 것

$${}_n C_k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$${}_n C_k = \frac{{}_n P_k}{{}_k P_k} = \frac{(n-0) \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-(k-1))}{(k-0) \times (k-1) \times (k-2) \times \dots \times (k-(k-1))}$$

재귀

- 하노이의 탑; 1883년 뤼카(Edouard Lucas, 1842~1891)

닫힌식Closed-form Expression 또는 일반항 $H(n) = 2^n - 1$

[재귀를 사용한 표현] 'n 하노이'를 'n-1 하노이'를 이용하여 푸는 순서를 발견해낸다. [점화식] 'n 하노이'의 횟수를 'n-1 하노이'의 횟수를 이용하여 표현한다.

재귀Recursion와 귀납Induction은 모두 “큰 문제를 같은 형태의 작은 문제로 만든다.”

재귀적Recursive, 귀납적Inductive

- 피보나치 수열; Leonardo Fibonacci, 1170~1250

0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,...

- 파스칼의 삼각형

시어핀스키 개스킨(Sierpinski Gasket, Sierpinski Triangle)

프랙털 도형

지수적 폭발

Exponential Explosion; 수가 급격하게 증가하는 것. 지수적 증가, 지수함수적 증가, 조합론적 폭발

- 이진검색; 지수적 폭발을 이용한 검색
- 로그; 지수적 폭발을 다루는 도구 **Logarithm**, 1614년 스코틀랜드의 수학자 네이피어(John Napier, 1550~1617)
- 암호; 지수적 폭발로 비밀을 지킴

무작위 공격(Brute-force Attack)

계산할 수 없는 문제

- 귀류법; 증명하고자 하는 것의 부정을 가정하면 모순이 생긴다. 배리법
 1. 우선 '증명하고자 하는 명제의 부정'이 성립한다고 가정
 2. 그 가정을 기본으로 증명을 진행하여 모순을 유도

소수Prime Number; 1과 자기 자신의 수만으로 나누어떨어지는 2 이상의 수

- countable; 집합의 요소 개수가 한정되거나 집합의 모든 요소를 1 이상의 정수와 1대 1로 대응할 수 있다.
- 대각선 논법
- 계산할 수 없는 문제; 프로그램으로 푸는 것이 원리적으로 불가능한 문제

페르마의 마지막정리; $x^n+y^n=z^n$

골드바흐의 추측Goldbach's conjecture; 4 이상의 모든 짝수는 소수2개의 합으로 나타낼 수 있다

정리

- '0'은 규칙을 간단하게 만든다
- '논리'는 둘로 나누기
- '나머지'로 그룹화
- '수학적 귀납법'은 2단계로 무한에 도전한다
- '순열과 조합'에서는 대상의 성질을 파악하는 것이 중요하다
- '재귀'는 자신 안에서 자신을 발견하는 것
- '지수적 폭발'이란
- '계산할 수 없는 문제'는 원리적인 제한을 나타낸다

From:

<http://www.theta5912.net/> - **reth**

Permanent link:

http://www.theta5912.net/doku.php?id=public:books:programmer_math

Last update: **2021/02/28 04:57**

